

Επίλυση Μαθηματικών Προβλημάτων και Γνωσιακή Ενίσχυση Ενηλίκων

Ιωάννης Σαριδάκης

Μεταπτ. Φοιτητής ΜΣΜ/ΣΘΕΤ, ΕΑΠ

saridakisioannis@gmail.com, std112822@ac.eap.gr

Σπυρίδων Δουκάκης

Μέλος ΣΕΠ, ΜΣΜ/ΣΘΕΤ, ΕΑΠ

sdoukakis@ionio.gr

Περίληψη – Στην παρούσα εργασία επιχειρείται να διερευνηθεί, μέσω της αξιοποίησης της ποιοτικής μεθοδολογίας, η σχέση της επίλυσης μαθηματικών προβλημάτων με τη γνωσιακή ενίσχυση ενηλίκων. Για τον σκοπό αυτό επιλέχθηκαν έξι μαθηματικά προβλήματα/γρίφοι, τα οποία δόθηκαν σε 16 ενήλικες. Οι ενήλικες επιχειρήσαν να επιλύσουν τα προβλήματα και στη συνέχεια, μέσω δομημένης συνέντευξης απάντησαν σε ερωτήματα του ερευνητή. Τα ευρήματα της ποιοτικής έρευνας, όπως ερμηνεύτηκαν, δείχνουν ότι η εξάσκηση των ενηλίκων με μαθηματικά προβλήματα/γρίφους έχει θετική επίδραση στις γνωστικές λειτουργίες των ενηλίκων. Ταυτόχρονα, οι ενήλικες αναδεικνύουν ότι η εμπλοκή τους με μαθηματικά προβλήματα/γρίφους τους βοηθά να ασκήσουν τον εγκέφαλό τους και να σκεφτούν με άλλο τρόπο από αυτόν που έχουν συνηθίσει να σκέφτονται, λόγω των καθημερινών υποχρεώσεων. Τα ευρήματα αναδεικνύουν την ανάγκη να διερευνηθεί περαιτέρω και ειδικότερα σε συνθήκες εργαστηρίου, η επίδραση που πιθανόν να έχει στις γνωστικές λειτουργίες του εγκεφάλου η ενασχόληση ενηλίκων με μαθηματικά προβλήματα/γρίφους. Με αυτή την προσέγγιση μπορεί να εξεταστεί η πιθανή χρήση αυτής της θεραπευτικής παρέμβασης σε άτομα που αντιμετωπίζουν κάποια ήπια γνωστική διαταραχή ή νευροεκφυλιστική νόσο που επιδρά αρνητικά στη νόσηση.

Λέξεις-Κλειδιά: Επίλυση Μαθηματικού Προβλήματος, Γνωσιακή Ενίσχυση, Νευροεκπαίδευση

I. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Οι έννοιες του προβλήματος και της επίλυσης προβλημάτων αφορούν όλους τους ανθρώπους κάθε ηλικίας, μιας και θα μπορούσε να ισχυριστεί κανείς ότι πολλές πτυχές της καθημερινότητας εμφανίζονται ως προβλήματα τα οποία χρήζουν αντιμετώπισης.

Στην μαθηματική επιστήμη, η επίλυση προβλημάτων κατέχει εξέχοντα ρόλο ως διδακτικό εργαλείο που βοηθάει στην κατανόηση και εμβάθυνση των διαφόρων μαθηματικών εννοιών. Ταυτόχρονα, τα μαθηματικά προβλήματα και οι μαθηματικοί γρίφοι έχουν – πέραν του παιδαγωγικού – ψυχαγωγικό χαρακτήρα, μιας και αποτελούν βασικό στοιχείο των λεγόμενων διασκεδαστικών μαθηματικών (recreational mathematics) (Danesi, 2018).

Η γνωσιακή ενίσχυση αποτελεί αντικείμενο μελέτης και έρευνας πολλών διαφορετικών επιστημών με κυρίαρχες τις νευροεπιστήμες (συμπεριφορική νευροεπιστήμη, νευρομηχανική, νευροεκπαίδευση κ.α.). Ως γνωσιακή ενίσχυση μπορεί να οριστεί μία παρέμβαση

η οποία σκοπό έχει την αύξηση ή επέκταση των βασικών δυνατοτήτων και ικανοτήτων του νου, μέσω της βελτίωσης των εσωτερικών ή και εξωτερικών συστημάτων επεξεργασίας της πληροφορίας του ανθρώπινου οργανισμού (Bostrom & Sandberg, 2009).

Στο πλαίσιο αυτών των επιστημών και δη της νευροεκπαίδευσης, η συγκεκριμένη εργασία έχει ως σκοπό τη μελέτη της σχέσης της επίλυσης μαθηματικών προβλημάτων και της γνωσιακής ενίσχυσης στους ενήλικες. Στόχοι της έρευνας είναι να

- α) διερευνηθεί η επιρροή της μεθόδου επίλυσης μαθηματικών προβλημάτων στις διάφορες λειτουργίες του εγκεφάλου,
- β) εξεταστεί η δυνατότητα εφαρμογής της επίλυσης μαθηματικών προβλημάτων ως μέρος θεραπευτικής αγωγής σε ενήλικες που χρήζουν γνωσιακής ενίσχυσης, λόγω διαφόρων νευρολογικών παθήσεων (ήπια γνωστική διαταραχή, νόσος Alzheimer κ.α).

Σύμφωνα με την υπάρχουσα βιβλιογραφία η χρήση μαθηματικών και η επίλυση μαθηματικών προβλημάτων διεγείρουν συγκεκριμένες περιοχές του εγκεφάλου όπως το οριζόντιο τμήμα της διαβρεγματίας αύλακας, την αριστερή γωνιώδη έλικα και το οπίσθιο βρεγματικό λόβιο (Dehaene et al., 2003). Επιπλέον κατά την επίλυση μαθηματικών προβλημάτων ο εκάστοτε λύτης χρησιμοποιεί συνδυαστικά πληθώρα νοητικών ικανοτήτων που σχετίζονται με τον προσανατολισμό, τη μνήμη, την οπτικοχωρική ικανότητα κ.ά. (Edens et al., 2017; Arsalidou & Taylor, 2011; Swanson, 2006).

II. ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ

Για τους σκοπούς της εργασίας, πραγματοποιήθηκε ποιοτική έρευνα δράσης σε δείγμα 16 ενηλίκων, εκ των οποίων οι 7 ήταν γυναίκες. Η συλλογή των δεδομένων της έρευνας έγινε μέσω ενός ερωτηματολογίου, τεσσάρων ενοτήτων που μοιράστηκε σε κάθε συμμετέχοντα/ουσα.

Η πρώτη ενότητα αφορά στα δημογραφικά χαρακτηριστικά του/της κάθε συμμετέχοντα/ουσας, ενώ η δεύτερη και τέταρτη περιλαμβάνουν ερωτήσεις ανοικτού τύπου. Η τρίτη ενότητα, αποτελείται από μια συλλογή έξι μαθηματικών προβλημάτων/γρίφων.

Αρχικά, στη δεύτερη ενότητα κάθε συμμετέχοντα/ουσα καλείται να απαντήσει σε ερωτήσεις που σκοπό έχουν να «χαρτογραφήσουν» τη σχέση του/της με τα μαθηματικά και να καταγράψουν την άποψη του/της σχετικά με την χρησιμότητα των μαθηματικών στην καθημερινότητά του/της.

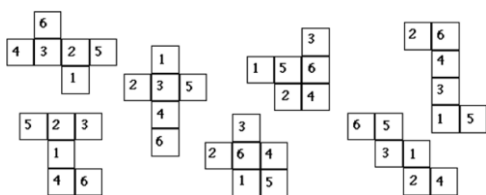
Στη συνέχεια, ο/η συμμετέχοντας/ουσα καλείται να λύσει έξι μαθηματικά προβλήματα/γρίφους. Τα προβλήματα/γρίφοι δεν απαιτούν ιδιαίτερες γνώσεις μαθηματικών. Προτιμήθηκαν προβλήματα ρεαλιστικά ή προβλήματα που δεν περιέχουν πολύπλοκες μαθηματικές έννοιες. Τα προβλήματα που απαρτίζουν αυτή την ενότητα είναι τα εξής:

Πρόβλημα 1: Έχουμε 12 νομίσματα και ένα από αυτά είναι κάλπικο. Γνωρίζουμε ότι το κάλπικο ζυγίζει διαφορετικά από ένα κανονικό αλλά δεν γνωρίζουμε αν το κάλπικο ζυγίζει λιγότερο ή περισσότερο από ένα κανονικό. Πώς μπορείτε να βρείτε το κάλπικο νόμισμα με τρεις ζυγίσεις με την χρήση κλασικής ζυγαριάς με βαρίδια;

Πρόβλημα 2: Ένα ρολόι με λεπτοδείκτες κινεί τους δείκτες του στους ίδιους χρόνους, αλλά με αντίθετη φορά από την κανονική με ένα κοινό ρολόι. Κάποιος θέλει να εκτελέσει μία μαγειρική συνταγή και έχει στη διάθεση του μόνο το εν λόγω ρολόι.

Αν ξεκινήσει όταν το ρολόι δείχνει ώρα 11:35 και η συγκεκριμένη συνταγή απαιτεί χρόνο προετοιμασίας 15 λεπτά και χρόνο ψησίματος 1 ώρα και 30 λεπτά, τι ώρα θα δείχνει το ρολόι όταν θα είναι έτοιμο το φαγητό;

Πρόβλημα 3: Κάποιος θέλει να φτιάξει ένα ζάρι. Μόνο ένα από τα επόμενα αναπτύγματα μπορεί να δώσει το σωστό αποτέλεσμα. Ποιο είναι αυτό;



Πρόβλημα 4: Μια τράπεζα προσφέρει επιτόκιο 0,01% σε λογαριασμούς ταμειωτηρίου, με μηνιαίο ανατοκισμό.

Ποιο είναι το αρχικό κεφάλαιο που πρέπει να καταθέσει κάποιος σε έναν τέτοιο λογαριασμό της εν λόγω τράπεζας, ώστε μετά από 8 χρόνια να έχει κεφάλαιο 10.000 €.

Πρόβλημα 5: Ο κύριος Νίκος χρειάζεται να επισκέπτεται τον καρδιολόγο του κάθε 15 ημέρες.

Έχει επίσης έναν κήπο στο εξοχικό του, στον οποίο πηγαίνει κάθε 3 ημέρες για να τον συντηρεί. Το ιατρείο του καρδιολόγου του, όπως και ο κήπος του, βρίσκονται αρκετά μακριά από τον μόνιμο τόπο κατοικίας του.

Όταν συμπίπτει το ραντεβού στον ιατρό με την επίσκεψη στο κήπο, ο κύριος Νίκος δεν έχει χρόνο για κάποια άλλη συνάντηση ή δραστηριότητα στο πρόγραμμά του. Πόσο συχνά συμβαίνει αυτό;

Επιπλέον, στις 21/04 – ημέρα κατά την οποία είχε επισκεφθεί τον καρδιολόγο και είχε φροντίσει τον κήπο του – επικοινωνήσαν τα εγγόνια του κύριου Νίκου, τα οποία ζουν στο εξωτερικό, για να του ανακοινώσουν ότι στις 4/06 και 5/06 θα βρίσκονται στην Ελλάδα και ήθελαν να τον επισκεφτούν.

Ποια από τις δύο ημέρες πρέπει να διαλέξει ο κύριος Νίκος αν δεν θέλει να αλλάξει το συνηθισμένο του πρόγραμμα;

Πρόβλημα 6: Ένας αγρότης έχει μαζί του έναν λύκο, ένα πρόβατο κι ένα δεμάτι χορτάρι. Βρίσκεται στην όχθη ενός ποταμού και πρέπει να περάσει με όλα του τα υπάρχοντα στην άλλη όχθη του ποταμού με μια βάρκα.

Όμως, η συγκεκριμένη βάρκα χωράει μόνο τον ίδιο και ένα ακόμη από τα τρία που θέλει να μεταφέρει. Πώς θα το κάνει χωρίς, φυσικά, ο λύκος να φάει το πρόβατο ή το πρόβατο το χορτάρι κάτι που θα γίνει αμέσως αν κάποιο από αυτά τα ζευγάρια μείνει οπουδήποτε μόνο του χωρίς τον αγρότη;

Τέλος, η τέταρτη ενότητα περιλαμβάνει μία ομάδα ανοικτών ερωτήσεων με διττό σκοπό: την αξιολόγηση της εμπειρίας των συμμετεχόντων/ουσών από την εμπλοκή τους με την επίλυση των μαθηματικών προβλημάτων/γρίφων και την ανατροφοδότηση σχετικά με την ρόλο αυτής της εμπλοκής στη γνωσιακή ενίσχυσή τους.

Είναι σημαντικό να αναφερθεί ότι δεν υπήρχαν συγκεκριμένες διευκρινίσεις για τη λύση των προβλημάτων στην τρίτη ενότητα, παρά μόνο η προτροπή προς τους συμμετέχοντες και τις συμμετέχουσες να εκφράσουν την εκάστοτε λύση χωρίς κανένα περιορισμό χρησιμοποιώντας μαθηματικούς τύπους, σχέδια ή γραφήματα ή οποιοδήποτε άλλο εκφραστικό μέσο έκριναν ότι ταίριαζε σε κάθε πρόβλημα.

Το ίδιο ύφος χαρακτηρίζει και τις ερωτήσεις της δεύτερης και τέταρτη ενότητας. Αυτό έγινε σκόπιμα, ώστε να μην υπάρξει κάποιου είδους καθοδήγηση προς τον λύτη ή τη λύτρια και να διατηρηθεί αδιάβλητος ο χαρακτήρας της ποιοτικής έρευνας, σκοπός της οποίας είναι να εξακριβωθεί η στάση του δείγματος σχετικά με το θέμα της έρευνας και κατά πόσο αυτή συνάδει με το θεωρητικό υπόβαθρό της.

III. ΕΠΙΛΕΓΜΕΝΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

A. Καταγραφή απόψεων συμμετεχόντων/ουσών περί της χρησιμότητας των μαθηματικών στην καθημερινότητα και στην γνωσιακή ενίσχυση

Η θεματική ανάλυση των απαντήσεων που δόθηκαν οδηγεί σε ευρήματα τα οποία αναδεικνύουν ότι για τους συμμετέχοντες και τις συμμετέχουσες η ευκαιρία να εμπλακούν με την επίλυση μαθηματικών προβλημάτων λειτουργήσε θετικά, μιας και τους βοήθησε – όπως δήλωσαν – να ασκήσουν τον εγκέφαλό τους και να σκεφτούν με άλλο τρόπο.

Επιπλέον, όλοι/ες οι συμμετέχοντες/ουσες αναγνώρισαν την χρησιμότητα των μαθηματικών στην καθημερινότητα και έντεκα από αυτούς/ές συνδέουν την χρησιμότητα αυτή με την έννοια της επίλυσης μαθηματικών προβλημάτων. Αξίζει βέβαια να σημειωθεί ότι όταν ζητήθηκε από τους/τις συμμετέχοντες/ουσες να αναφέρουν παραδείγματα από την καθημερινότητα τους όπου χρησιμοποιούν μαθηματικά, οι δέκα στους δεκαέξι ανέφεραν δραστηριότητες που αφορούν οικονομικές συναλλαγές.

Μια ερώτηση που κλήθηκαν να απαντήσουν οι συμμετέχοντες/ουσες είχε υποθετικό χαρακτήρα και είχε σκοπό να διερευνήσει την προθυμία των συμμετεχόντων/ουσών να δεχτούν την επίλυση μαθηματικών προβλημάτων ως μέρος κάποιας θεραπείας ή προγράμματος γνωσιακής ενίσχυσης. Η ερώτηση αυτή διατυπώθηκε ως εξής:

«Αν κάποια έρευνα υποστήριζε ότι η επίλυση μαθηματικών προβλημάτων έχει την δυνατότητα να χρησιμοποιηθεί ως μορφή ενίσχυσης των νοητικών διεργασιών στους ενήλικες, πώς θα το σχολιάζατε; Θα εντάσσεται στην καθημερινότητά σας την ενασχόληση με τα μαθηματικά ώστε να έχετε γνωσιακά οφέλη;»

Οι δεκατρείς από τις απαντήσεις ήταν θετικές με χαρακτηριστικότερες τις εξής :

- «Είμαι σίγουρη ότι ενισχύονται οι νευρώνες του εγκεφάλου μας όταν μπαίνουμε στην διαδικασία να σκεφτούμε την επίλυση ενός προβλήματος. Πιστεύω δε, ιδιαίτερα σε ενήλικες που έχουν θέματα με την κοινωνικότητά τους, η ενασχόληση με τα μαθηματικά θα βοηθήσει (εννοώ ανθρώπους με προβλήματα μνήμης, αρχόμενη ίσως άνοια, με ειδικές ανάγκες ως προς την νόηση). Έχω παρατηρήσει ότι ενήλικοι που ασχολούνται με παιχνίδια μαθηματικής φύσης μοιάζουν στον εγκέφαλο τους και στην σκέψη τους σαν τους ενήλικες που γυμνάζουν το σώμα τους και φαίνονται νεότεροι της βιολογικής τους ηλικίας.»
- «Φυσικά θα ήθελα να τα εντάξω ώστε να καθυστερήσω το Alzheimer και να γίνω πιο έξυπνη και να λύνω διάφορα προβλήματα.»
- «Θεωρώ ότι η έρευνα θα ήταν σωστή αλλά δεν έχω τον χρόνο και τα χρήματα να εντάξω τη συστηματική ενασχόληση στη ζωή μου.»
- «Φυσικά, αλλά εξαρτάται πόσο προσιτή και ευχάριστη θα ήταν αυτή η ένταξη.»

Αξιοσημείωτο είναι το γεγονός ότι αναγνωρίζεται η πιθανή χρησιμότητα της επίλυσης μαθηματικών προβλημάτων ως μέρος θεραπείας που σχετίζεται με την έκπτωση των γνωστικών λειτουργιών του ανθρώπινου εγκεφάλου.

B. Αξιοσημείωτες απαντήσεις πάνω στα προβλήματα

Αναφορικά με το πρόβλημα 1, οι δεκατρείς από τους/τις συμμετέχοντες/ουσες που ασχολήθηκαν με αυτό, έδωσαν μεγάλο μέρος της λύσης αλλά κανένας δεν την ολοκλήρωσε. Δύο δε εκ των συμμετεχόντων/ουσών έδωσαν αρκετά μεγάλο κομμάτι της λύσης, χρησιμοποιώντας μάλιστα και σχεδιάγραμμα (δενδροδιάγραμμα), ενώ ένας συμμετέχοντας για να φτάσει στη λύση παρακάμπτει τους περιορισμούς της υπόθεσης και χρησιμοποιεί μια ακόμα ζύγιση. Κοινό δε στοιχείο στις περισσότερες απαντήσεις είναι η παρουσίαση της λύσης, μέσω μιας ακολουθίας βημάτων διακεκριμένων μεταξύ τους.

Φάνηκε ότι οι οκτώ συμμετέχοντες/ουσες είχαν ως σκοπό τη δημιουργία ενός αλγορίθμου, χωρίς απαραίτητα

να είναι εξοικειωμένοι/ες με την έννοια αυτή, η οποία βασίζεται στα δυαδικά δέντρα αναζήτησης.

Το δεύτερο πρόβλημα απαντήθηκε από όλους τους/τις συμμετέχοντες/ουσες και οι απαντήσεις μπορούν να διακριθούν σε δύο κατηγορίες. Η μία κατηγορία περιλαμβάνει την αντιμετώπιση του προβλήματος, ως αριθμητικό πρόβλημα (13 στις 16 απαντήσεις), ενώ η δεύτερη περιλαμβάνει τις απαντήσεις στις οποίες επιστρατεύτηκε κάποια μορφή γραφικής αναπαράστασης, ώστε να επιτευχθεί η λύση (3 στις 16).

Το τρίτο πρόβλημα ήταν αυτό που βασίστηκε πάνω στη χρήση της εικονογράφησης ως στοιχείο της υπόθεσης ενός μαθηματικού προβλήματος (*Hegarty & Kozhevnikov, 1999*). Από μερικά δοσμένα επίπεδα σχήματα αποτελούμενα το καθένα από έξι αριθμημένα τετράγωνα, οι λύτες και οι λύτριες έπρεπε να επιλέξουν ποιο από αυτά μπορεί να δημιουργήσει ένα ζάρι με έξι έδρες. Μέσα στις απαιτήσεις του προβλήματος αυτού είναι ο λύτης ή η λύτρια να χρησιμοποιήσει γνωστικές δεξιότητες όπως η νοητική περιστροφή (*mental rotation*) ώστε να μπορέσει να βρει το σωστό δισδιάστατο σχήμα που οδηγεί στο ζητούμενο τρισδιάστατο στερεό, σε συνδυασμό με το σταθερό άθροισμα των απέναντι εδρών. Φαίνεται ότι η χρήση οπτικής απεικόνισης των δεδομένων βοήθησε έξι από τους/τις συμμετέχοντες/ουσες ενώ πιθανώς να λειτουργήσει αποπροσανατολιστικά για άλλους/ες έξι, κάτι το οποίο επιβεβαιώνεται και από σχετική έρευνα (*Berends & van Lieshout, 2009*).

Το τέταρτο πρόβλημα παρά το ότι ήταν οικονομικής φύσεως, κάτι το οποίο ενδιαφέρει τον μέσο ενήλικα όσον αφορά στη χρήση των μαθηματικών στην καθημερινότητα, ήταν αυτό το οποίο είχε την μικρότερη συμμετοχή (9 στους/στις 16). Αυτό πιθανόν σχετίζεται με το γεγονός ότι η λύση του προβλήματος βασίζεται στον τύπο του ανατοκισμού, όπου ο συμμετέχοντας ή η συμμετέχουσα μπορούσε να τον ανακαλέσει ή να τον ανακαλύψει με την χρήση ακολουθιών και της επαγωγικής μεθόδου.

Το πέμπτο πρόβλημα είχε ουσιαστικά σχέση με την εύρεση του ελάχιστου κοινού πολλαπλάσιου δύο αριθμών και έπειτα βάσει αυτού τον υπολογισμό μιας ημερομηνίας. Υπήρξε μεγάλη απόκριση σε αυτό το πρόβλημα με διαφορετικές απαντήσεις από τους συμμετέχοντες/ουσες κι ας είχαν σχεδόν όλοι/ες τον ίδιο τρόπο σκέψης. Οι διαφορές στις απαντήσεις εντοπίζονται κυρίως στο γεγονός ότι τρεις από τους/τις συμμετέχοντες/ουσες θεώρησαν, χάριν απλότητας, ότι κάθε μήνας αποτελείται από 30 ημέρες ενώ έξι από αυτούς απόδωσαν κάθε μήνα ως έχει.

Το έκτο πρόβλημα είχε μεγάλη συμμετοχή καθώς όλοι οι συμμετέχοντες/ουσες ασχολήθηκαν με αυτό, ενώ δεκατέσσερες από τους συμμετέχοντες/ουσες έδωσαν τη σωστή λύση. Εδώ δύο από τις δεκαέξι απαντήσεις δόθηκαν στην μορφή αριθμημένων βημάτων (λίστα). Τρεις από τις απαντήσεις δόθηκαν με την βοήθεια συμβολισμού ή/και σχεδιαγράμματος, ενώ οι υπόλοιπες δόθηκαν σε μορφή κειμένου.

Γ. Αποτίμηση της εμπειρίας της επίλυσης μαθηματικών προβλημάτων και των πιθανών οφελών αυτής

Στην ενότητα αυτή τέθηκαν ερωτήσεις όπως οι παρακάτω:

- Πώς θα περιγράφατε την εμπειρία της επίλυσης των παραπάνω προβλημάτων; Θεωρείτε ότι ήταν δημιουργική και ωφέλιμη διαδικασία όσον αφορά την πνευματική σας διέγερση ή θεωρείτε ότι δεν είχατε κάποιο συγκεκριμένο όφελος;
- Πώς πιστεύετε ότι επηρέασε η ενασχόλησή σας με την επίλυση μαθηματικών προβλημάτων τον τρόπο σκέψης σας;
- Θα χρησιμοποιούσατε τεχνικές που χρησιμοποιήσατε στην επίλυση των προβλημάτων και σε καταστάσεις ή προβλήματα της καθημερινότητάς σας; Αν ναι δώστε κάποια παραδείγματα. Αν όχι, παρακαλώ, εξηγήστε γιατί.

Σε όλες τις ερωτήσεις οι απαντήσεις που δόθηκαν ήταν ως κυρίως θετικές. Οι συμμετέχοντες/ουσες περιέγραψαν θετικά την εμπειρία τους και έδωσαν ανατροφοδότηση που υποδεικνύει γνωσιακή ενίσχυση.

- «Σαν ακόνισμα του μυαλού»
- «Αν και δυσκολεύτηκα, η ενασχόληση με τα προβλήματα οργάνωσε και μεθόδευσε την σκέψη μου»
- «Σίγουρα ο εγκέφαλος μου ξεκίνησε να δουλεύει πολύ για την επίλυση των παραπάνω προβλημάτων»
- «Υπήρχε πνευματική διέγερση άλλα θα ήταν καλύτερα να είχα μαθηματική σκέψη»

Από τα παραπάνω φάνηκε ότι οι συμμετέχοντες/ουσες είδαν κριτικά τη μέθοδο επίλυσης μαθηματικών προβλημάτων όσον αφορά τη γνωσιακή ενίσχυση και αναδεικνύεται η ανάγκη για περαιτέρω μελέτη που θα αξιοποιεί και τις δυνατότητες εργαστηριακής έρευνας.

IV. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Τα αποτελέσματα αυτής της έρευνας, όπως ερμηνεύτηκαν, έδειξαν να υπάρχει θετική επιρροή στις γνωστικές λειτουργίες των ενηλίκων κατά την επίλυση μαθηματικών προβλημάτων.

Τα προβλήματα επιλέχθηκαν με τρόπο που να υπάρχει μια σχετική διαφοροποίηση ως προς το είδος του. Άλλα προβλήματα εμπίπτουν σε τυπικά διαδικαστικά προβλήματα αριθμητικής, άλλα απαιτούσαν πιο σύνθετες αλγοριθμικές διαδικασίες, για να επιλυθούν και άλλα επιλέχθηκαν με βάση την σχέση του σχεδιασμού και την εικονογράφησης με την επίλυση μαθηματικών προβλημάτων (Kribbs & Rogowsky, 2016; Berends & van Lieshout, 2009; van Garderen, 2006a, 2006b). Τα ευρήματα αυτής της έρευνας επιβεβαίωσαν και μέσα από τον τρόπο επίλυσης των προβλημάτων αλλά και από την αξιολόγηση που παρέθεσαν οι συμμετέχοντες/ουσες, ότι υπήρξε νοητική εγρήγορση και διέγερση γνωσιακών λειτουργιών που οφείλονται στην διαδικασία αυτή.

Όσον αφορά στην ενσωμάτωση μιας τέτοιας διαδικασίας στην καθημερινότητα, από τις απαντήσεις των συμμετεχόντων/ουσών φάνηκε ότι είναι σημαντικός ο τρόπος προσέγγισης καθώς και τα μέσα που χρησιμοποιούνται κατά την διαδικασία αυτή. Απαιτούνται προβλήματα ρεαλιστικά, συνυφασμένα με καθημερινές δραστηριότητες και ο τρόπος υλοποίησης πρέπει να είναι ευχάριστος και εύρηστος. Επιπροσθέτως πρέπει να

ληφθεί υπόψη η χρονική και χρηματική δαπάνη που θα απαιτείται για την ενσωμάτωση αυτή.

Ωστόσο, κατά την διεξαγωγή της έρευνας υπήρξαν κάποιοι περιορισμοί. Αρχικά η έρευνα έχει διεξαχθεί με απλά μέσα (ερωτηματολόγιο), χωρίς τη ζωντανή παρακολούθηση των εγκεφαλικών λειτουργιών των συμμετεχόντων κατά την συμπλήρωση αυτού. Ως εκ τούτου τα ευρήματα αυτής παραμένουν αμφισβητήσιμα.

Επιπλέον ο χρόνος διεξαγωγής, τα μέσα που χρησιμοποιήθηκαν, καθώς και ο τρόπος επικοινωνίας με τους συμμετέχοντες/ουσες επηρεάστηκαν αρνητικά από την καραντίνα αλλά τα υπόλοιπα υγειονομικά μέτρα που επιβλήθηκαν από την Ελληνική κυβέρνηση κατά την αντιμετώπιση της πανδημίας από τον ιό SARS-COV-2. Προτείνεται, λοιπόν, η εκ νέου διεξαγωγή μιας αντίστοιχης ποσοτικής έρευνας με την χρήση κατάλληλων εργαστηριακών δομών και πρωτοκόλλων ώστε να αξιολογηθούν τα παραπάνω συμπεράσματα. Προτείνεται επίσης η έρευνα αυτή να συνδυαστεί με την χρήση νέων τεχνολογιών και δη αυτών που προωθούν την ενσώματη μάθηση (εικονική πραγματικότητα, επαυξημένη πραγματικότητα, wearables & κινητές συσκευές).

ΑΝΑΦΟΡΕΣ

- Arsalidou, M., & Taylor, M. J. (2011). *Is 2+2=4? Meta-analyses of brain areas needed for numbers and calculations. NeuroImage, 54(3), 2382–2393.*
<https://doi.org/10.1016/j.neuroimage.2010.10.009>
- Berends, I. E., & van Lieshout, E. C. D. M. (2009). *The effect of illustrations in arithmetic problem-solving: Effects of increased cognitive load. Learning and Instruction, 19(4), 345–353.*
<https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2008.06.012>
- Danesi, M. (2018). *Ahmes' Legacy.* Springer International Publishing.
<https://doi.org/10.1007/978-3-319-93254-5>
- Dehaene, S., Piazza, M., Pinel, P., & Cohen, L. (2003). *Three parietal circuits for number processing. In Cognitive Neuropsychology (Vol. 20, Issues 3–6, pp. 487–506).*
<https://doi.org/10.1080/02643290244000239>
- Edens, K., & Potter, E. (2007). *The Relationship of Drawing and Mathematical Problem Solving: Draw for Math Tasks. Studies in Art Education, 48(3), 282–298.*
<https://doi.org/10.1080/00393541.2007.11650106>
- Hegarty, M., & Kozhevnikov, M. (1999). *Types of Visual-Spatial Representations and Mathematical Problem Solving. Journal of Educational Psychology, 91(4), 663–684.*
<https://doi.org/10.1037/0022-0663.91.4.684>
- Kribbs, E., & Rogowsky, B. (2016). *A review of the effects of visual-spatial representations and heuristics on word problem solving in middle school mathematics. International Journal of Research in Education and Science, 2(1), 65–74.*
<https://doi.org/10.21890/ijres.59172>
- Swanson, H. L. (2006). *Cross-sectional and incremental changes in working memory and mathematical problem solving. Journal of Educational Psychology, 98(2), 265–281.*
<https://doi.org/10.1037/0022-0663.98.2.265>
- van Garderen, D. (2006a). *Imagery, and Mathematical. Journal of Learning Disabilities, 39(6), 496–506.*
- van Garderen, D. (2006b). *Spatial visualization, visual imagery, and mathematical problem solving of students with varying abilities. Journal of Learning Disabilities, 39(6), 496–506.*
<https://doi.org/10.1177/00222194060390060201>