

Η ΔΙΑΙΣΘΗΤΙΚΗ ΑΣΑΦΗΣ ΛΟΓΙΚΗ ΩΣ ΕΠΕΚΤΑΣΗ ΤΗΣ ΑΣΑΦΟΥΣ ΛΟΓΙΚΗΣ

Μαρία Ρούσσα
Μαθηματικός, Απόφοιτος
Μεταπτυχ. ΜΣΜ/ΣΘΕΤ, ΕΑΠ
roussamaria@yahoo.gr, std091087@ac.eap.gr

Βασίλειος Παπαδόπουλος
Καθηγητής Τμ. Πολιτ. Μηχανικών ΔΠΘ
Μέλος ΣΕΠ ΜΣΜ/ΣΘΕΤ, ΕΑΠ
papadob@civil.duth.gr

Περίληψη – Ως γνωστόν, τα ασαφή συστήματα εμφανίστηκαν για πρώτη φορά το 1965 από το Lofti Zadeh, που απώτερο σκοπό είχαν να δημιουργήσουν ένα μαθηματικό μοντέλο που να εξηγεί κάποιες καταστάσεις-φαινόμενα της καθημερινής ζωής.

Το κυριότερο και σπουδαιότερο μέσο των ασαφών συστημάτων θεωρείται η συνάρτηση συμμετοχής που προσδιορίζει σε ποιο βαθμό το κάθε στοιχείο περιέχεται στο λεγόμενο ασαφές σύνολο. Καθώς τα ασαφή σύνολα παρουσιάζουν πολλαπλότητα στο να αναλύουν και να εξηγούν συστήματα που χαρακτηρίζονται για πολυπλοκότητα τους εμφάνισαν τεράστια αποδοχή από όλο το φάσμα της πανεπιστημιακής κοινότητας αν και στην αρχή υπήρχαν σφοδρές αντιδράσεις από τους τομείς των πιθανοτήτων και της στατιστικής.

Από την αρχική εμφάνιση τους αρκετά μοντέλα έχουν δημοσιευτεί με βασική επιδίωξη την επέκταση των ασαφών συνόλων-συστημάτων. Το βασικό αρνητικό στοιχείο των ασαφών συνόλων έγκειται στο γεγονός ότι δεν μπορούν να αναλύσουν και να περιγράψουν δεδομένα-καταστάσεις αβεβαιότητας της διαθέσιμης πληροφορίας. Η εν λόγω ανάγκη σηματοδότησε μια επέκταση των Fuzzy Sets (FS) που εντόπισε ο Atanassov το 1999 με την ορολογία «δισαισθητικά ασαφή σύνολα» (IFS). Άρα όταν αναφερόμαστε στο όρο «δισαισθητικά ασαφή σύνολα» θα πραγματοποιείται υπό το πρίσμα της θεωρίας των δισαισθητικών ασαφών συνόλων του Atanassov. Σε αυτό το σημείο πρέπει να τονιστεί ότι τα IFS εκτός από τη θετική πληροφορία που προσδιορίζεται από τη συνάρτηση συμμετοχής σε ένα σύνολο, διαθέτουν και τη δυνατότητα διατύπωσης αρνητικής πληροφορίας με τη βοήθεια της συνάρτησης της μη-συμμετοχής. Τέλος παρέχεται η δυνατότητα να περιγραφεί και να προσδιοριστεί μαθηματικά η έννοια της διστακτικότητας, δηλαδή με άλλα λόγια το φαινόμενο της αβεβαιότητας.

Λέξεις κλειδιά: ασαφής λογική, δισαισθητική ασαφής λογική, ασαφή σύνολα, δισαισθητικά ασαφή σύνολα, εφαρμογές της δισαισθητικής ασαφούς λογικής.

I. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Αντικειμενικός και επιθυμητός σκοπός της παρούσας εργασίας είναι:

- να διερευνηθεί η επέκταση της ασαφούς λογικής στη λεγόμενη δισαισθητική ασαφή λογική
- να μοντελοποιηθεί ο ανθρώπινος τρόπος σκέψης, με τη βοήθεια της δισαισθητικής ασαφούς λογικής προκειμένου να αναλυθούν και να περιγραφούν πολύπλοκες καταστάσεις της καθημερινής ζωής.

Η εργασία απαρτίζεται από τέσσερα κεφάλαια:

- Το πρώτο κεφάλαιο αποτελεί μια εισαγωγή στην ασαφή λογική
- Στο δεύτερο κεφάλαιο επιχειρείται μια εισαγωγή στη δισαισθητική ασαφή λογική

- Στο τρίτο κεφάλαιο γίνεται λόγος για την ασαφή και τη δισαισθητική ασαφή εντροπία
- Στο τέταρτο και τελευταίο κεφάλαιο παρουσιάζεται η δισαισθητική ασαφής λογική ως πρωτοποριακό εργαλείο μοντελοποίησης ζητημάτων του πραγματικού κόσμου.

II. ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ

Αρχικά γίνεται μια επιστημονική προσέγγιση σε όλη την πορεία της Λογικής

Κλασική (Αριστοτέλεια) Λογική (500 π.Χ.)

- Δίτιμη : {0,1}

Μειονέκτημα κλασικών συνόλων

- Ο πραγματικός κόσμος χαρακτηρίζεται από μεγάλο βαθμό ασάφειας.
- Ήταν ανεπαρκή να ερμηνεύσουν τη φυσική γλώσσα.

Βασικό παράδειγμα: η σκέψη του ανθρώπου

- Δεν θεωρείται δυαδική
- Λειτουργεί σε ένα επίπεδο που χαρακτηρίζεται από ασάφεια.

Ασαφής Λογική (Lofti A.Zadeh. (1965))

Ένα στοιχείο x έχει την ικανότητα να ανήκει σε πολλά υποσύνολα ταυτόχρονα με κάποιον βαθμό συμμετοχής (Membership Degree) για κάθε ένα σύνολο X από αυτά.

Άρα ένα ασαφές σύνολο (fuzzy set) A ορίζεται από την εξής συνάρτηση: $\mu_A(x): X \rightarrow [0,1]$

Παράδειγμα

Έστω το πεδίο ορισμού των ηλικιών $U=[0,100]$ και ο χώρος θεωρείται συνεχής. Στον χώρο αυτόν περιγράφουμε τις έννοιες «νέος», «μεσήλικας» και «ηλικιωμένος» με βάση τα παρακάτω ασαφή σύνολα:

$$A = \text{"νέος"} = \{(x, \mu_A(x)), x \in U\}, \mu_A(x) = \frac{1}{1 + (x/30)^6}$$

$$B = \text{"μεσήλικας"} = \{(x, \mu_B(x)), x \in U\}, \mu_B(x) = \frac{1}{1 + (x - 50/20)^6}$$

$$\Gamma = \text{"ηλικιωμένος"} = \{(x, \mu_\Gamma(x)), x \in U\}, \mu_\Gamma(x) = \frac{1}{1 + (x - 100/30)^6}$$

Μειονέκτημα ασαφών συνόλων

Δεν μπορούν να αναλύσουν και να περιγράψουν δεδομένα-καταστάσεις αβεβαιότητας της διαθέσιμης πληροφορίας.

Υπεισέρχεται ο παράγοντας διστακτικότητα, ο οποίος επίσης θα πρέπει να μπορεί να συνεκτιμηθεί κατά τη μοντελοποίηση.

Δισαισθητικά ασαφή σύνολα (IFS) Atanassov (1999)

Ένα δισαισθητικό ασαφές σύνολο IFS_A^* (Intuitionistic Fuzzy Set) ορίζεται ως εξής:

$$A^* = \{ \langle x, \mu_A(x), \nu_A(x) \rangle \mid x \in X \} \text{ όπου οι συναρτήσεις}$$

$\mu_A : X \rightarrow [0,1]$ και $\nu_A : X \rightarrow [0,1]$ προσδιορίζουν το βαθμό συμμετοχής και το βαθμό μη συμμετοχής του στοιχείου $x \in A$ στο A αντίστοιχα $\forall x \in X$ και είναι: $0 \leq \mu_A(x) + \nu_A(x) \leq 1$

Είναι λογικό κάθε κοινό ασαφές σύνολο έχει τον τύπο: $\{ \langle x, \mu_A(x), 1 - \mu_A(x) \rangle \mid x \in X \}$.

Αν $\pi_A(x) = 1 - \mu_A(x) - \nu_A(x)$ τότε η $\pi_A(x)$ θεωρείται ο βαθμός της μη αποφασιστικότητας του $x \in X$ στο A^* . Όταν αναφερόμαστε στα ασαφή σύνολα θεωρείται $\pi_A(x) = 0$.

Παράδειγμα στη διαισθητική ασαφή λογική

Η χρήση των *IFS* έχει τη δυνατότητα να βοηθήσει σε σημαντικό βαθμό στην καινοτόμο μοντελοποίηση δεδομένων κυρίως ποιοτικού χαρακτήρα από το πεδίο της εκπαιδευτικής έρευνας όπως η επαγγελματική μάθηση

Γεωμετρική ερμηνεία των διαισθητικών ασαφών συνόλων

Ερμηνεία Atanassov.

Εστω X ένα σύνολο αναφοράς και έστω F ένα ορθογώνιο και

ισοσκελές τρίγωνο στο Ευκλείδειο επίπεδο με συντεταγμένες:

$F = \{ P \mid (p = \langle a, \beta \rangle), (\alpha, \beta) \geq 0, \alpha + \beta \leq 1 \}$

Εστω A υποσύνολο του X , δημιουργούμε συνάρτηση

$f_A : X \rightarrow F$, έτσι ώστε για κάθε x που ανήκει στο X να έχουμε:

$f_A(x) = p = \langle a, \beta \rangle \in F, 0 \leq a + \beta \leq 1$

Άρα, $\mu_A(x) = a$ και $\nu_B(x) = \beta$.

Είναι εμφανές πως η f_A αντιστοιχεί στο $\langle 1, 0 \rangle$ το x ανήκει στο X

για το οποίο είναι $\mu_A(x) = 1$ και $\nu_A(x) = 0$, ομοίως στο $\langle 0, 1 \rangle$

αντιστοιχεί το x που ανήκει στο X για το οποίο είναι $\mu_A(x) = 0$ και

$\nu_A(x) = 1$.

Διαισθητική ασαφής εντροπία

Σε αρχικό στάδιο οι Burillo και Bustince [27] θεωρούνται οι πρώτοι που διατύπωσαν και πρότειναν ένα συγκεκριμένο σύνολο προϋποθέσεων-αξιώσεων στο πεδίο των διαισθητικών και οριοθετημένων ασαφών συνόλων.

Σε επόμενο στάδιο, οι Szmidt και Kacprzyk πρότειναν μια εναλλακτική προσέγγιση στη διαισθητική ασαφή εντροπία και ένα αλληλώτιμο σύστημα αξιωματών.

Ορισμός (Szmidt και Kacprzyk) Μια πραγματική συνάρτηση

$E : IFS \rightarrow [0, 1]$ θεωρείται ένα μέτρο εντροπίας στο $IFS(X)$ αν η

E πληροί τις ακόλουθες ιδιότητες:

I) $E(A) = 0$ αν και μόνο αν $A \in 2^X$.

II) $E(A) = 1$ αν και μόνο αν $\mu_A(x) = \nu_A(x)$ για κάθε $x \in X$.

III) $E(A) = E(A^c)$ για κάθε $A \in IFS$

IV) $E(A) \leq E(B)$ αν $\mu_A(x) \leq \mu_B(x)$ και $\nu_A(x) \geq \nu_B(x)$ για $\mu_B(x) \leq \nu_B(x)$ ή

$\mu_A(x) \geq \nu_B(x)$ και $\nu_A(x) \leq \nu_B(x)$ για $\mu_A(x) \geq \nu_B(x)$, $\forall x \in X$

Στη συνέχεια εφαρμόζεται η διαισθητική ασαφής λογική ως πρωτοποριακό μέσο μοντελοποίησης. Αναπτύσσονται τέσσερις εφαρμογές. Εδώ παρουσιάζεται μια εφαρμογή στο χώρο της μηχανικής των υπολογιστών και συγκεκριμένα γίνεται διαισθητική επεξεργασία εικόνας.

Όπως έχει ήδη ειπωθεί, σημαντικό στοιχείο των διαισθητικών ασαφών συνόλων δεν ήταν μόνο ότι πλέον οι συναρτήσεις συμμετοχής και μη αποκτούσαν πιο μεγάλη ελευθερία αλλά ότι έδωσαν και τη δυνατότητα να παραστήσουμε την αβεβαιότητα με τη βοήθεια της διστακτικότητας. Είναι προφανές πως η παρουσία της αβεβαιότητας μεγαλώνει την πολυπλοκότητα του κάθε συστήματος όπως για παράδειγμα σε μία ασαφή εφαρμογή ενίσχυσης αντίθεσης η ασαφιστική της εικόνας έχει τη δυνατότητα να πραγματοποιηθεί με μια κανονικοποίηση των επιπέδων φωτεινότητας. Ως κύριο εργαλείο στην επεξεργασία εικόνας θα χρησιμοποιηθεί κυρίως η αναλυτική μέθοδος.

Διατυπώσουμε τον ορισμό των Vlachos & Sergiadis για το πώς καθορίζεται και προσδιορίζεται μια εικόνα μεγέθους $m \times n$ εικονοστοιχείων επιπέδων φωτεινότητας από 0 ως $L-1$ σε διαισθητικό ασαφές σύνολο και γενικότερα πλαίσιο. Άρα λοιπόν,

μια εικόνα έχει τη δυνατότητα να περιγραφεί από το διαισθητικό ασαφές σύνολο το οποίο είναι:

$A = \{ \langle g, \mu_A(g), \nu_A(g) \rangle \mid g \in \{0, \dots, L-1\}$

$i = \{1, \dots, m\}$

$j = \{1, \dots, n\}$

όπου μ_A, ν_A δηλώνουν αντίστοιχα τους βαθμούς συμμετοχής και μη-συμμετοχής του (i, j) -στού εικονοστοιχείου στο σύνολο A και περιγράφει μία ιδιότητα της εικόνας.

Ας θεωρήσουμε τη διαισθητική ασαφή γεννήτρια $\varphi(x) = (1-x)^\lambda$ όπου $x \in [0,1]$ και $\lambda \geq 1$. Αν συνδυαστεί η ιδιότητα της ενέλιξης

των διαισθητικά ασαφών συνόλων (συμπληρωμάτων) με την συνάρτηση φ οδηγούμαστε στην εξής

σχέση: $\hat{\mu}_A(g; \lambda) = 1 - (1 - \mu_A(g))^{(\lambda-1)}, \lambda \geq 1$

Βασική παρατήρηση:

Κάθε διαφορετική τιμή λ προσφέρει ένα διαφορετικό διαισθητικό ασαφές σύνολο. Επίσης τίθεται το ερώτημα ποια τιμή του λ μας δίνει το βέλτιστο *IFS* κατά την επεξεργασία της φωτεινότητας μιας εικόνας. Ως βασικό παράγοντα για την επιλογή του λ χρησιμοποιείται η διαισθητική ασαφής εντροπία και πιο συγκεκριμένα η βέλτιστη τιμή του λ είναι αυτή που μας εξασφαλίζει την μέγιστη διαισθητική ασαφή εντροπία ή αλλιώς “αρχή της μέγιστης διαισθητικής ασαφούς εντροπίας”.

Από τις διαισθητικές ασαφείς εντροπίες χρησιμοποιούμε την εντροπία όπως ορίστηκε από τους Szmidt και Kacprzyk και οδηγούμαστε στη σχέση:

$$E_{SK}(A; \lambda) = \frac{1}{mn} \sum_{g=0}^{L-1} h_A^c(g) \frac{1 - \max\{\hat{\mu}_A(g; \lambda), \hat{\nu}_A(g; \lambda)\}}{1 - \min\{\hat{\mu}_A(g; \lambda), \hat{\nu}_A(g; \lambda)\}}$$

όπου $h_A^c(g)$ θεωρείται το κανονικοποιημένο κοινό ιστόγραμμα

της εικόνας. Η βέλτιστη τιμή του λ που έχει την ιδιότητα να μεγιστοποιεί τη διαισθητική ασαφή εντροπία δίνεται από τη συνάρτηση:

$$\lambda_{opt} = \arg \max_{\lambda \geq 1} \{E_{sk}(A; \lambda)\}$$

Καθώς έχουμε προσδιορίσει τη βέλτιστη λ_{opt} έχουμε τη δυνατότητα να περιγράψουμε και να αναλύσουμε μια εικόνα στο *IFS*:

$$A_{opt} = \{ \langle g, \mu_{A_{opt}}(g), \nu_{A_{opt}}(g) \rangle \mid g \in \{0, \dots, L-1\}$$

Στο παρακάτω σχήμα εμφανίζονται τα αποτελέσματα της εφαρμογής της αρχής της μέγιστης ασαφούς εντροπίας σε μια τυχαία εικόνα τόνων του γκρίζου.



(α) αρχική εικόνα, (β) βέλτιστες συνιστώσες συμμετοχής, (γ) βέλτιστες συνιστώσες μη συμμετοχής, (δ) βέλτιστες συνιστώσες διστακτικότητας

III. ΕΠΙΛΕΓΜΕΝΑ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Βασικός στόχος της συγκεκριμένης εργασίας είναι καταρχήν να αναδείξει τη χρησιμότητα της διαισθητικής ασαφούς λογικής στα πλαίσια της καθημερινής ανθρώπινης σκέψης ή και γενικότερα μπορούμε να πούμε της καθημερινής μας δραστηριότητας. Επίσης με τη θεωρητική ανάλυση που πραγματοποιήθηκε έγινε κατορθωτό να αναλυθεί εις βάθος σε θεωρητικό επίπεδο η ασαφής λογική, η οποία συνιστά το κυριότερο θεμέλιο της διαισθητικής λογικής η οποία αποτελεί επέκταση της πρώτης. Γίνεται σαφές πως για να εφαρμοστεί η διαισθητική ασαφής σε διάφορα μοντέλα της καθημερινότητας πρέπει σε αρχική φάση να κατανοηθεί η ασαφής λογική.

Το κεφάλαιο 1 της παρούσης εργασίας αποτέλεσε στην ουσία το μεταβατικό στάδιο κατανόησης της διαισθητικής ασαφούς λογικής η οποία αναλύθηκε και περιγράφηκε εκτενώς στο κεφάλαιο 2. Συγκεκριμένα προσδιορίστηκε η έννοια του διαισθητικού ασαφούς συνόλου (IFS) και η έννοια των διαισθητικών συνεπαγωγών, έννοιες οι οποίες συνιστούν σημαντικότατο εργαλείο στη μοντελοποίηση και σχεδίαση συστημάτων που σχετίζεται με καταστάσεις της καθημερινότητας οι οποίες χαρακτηρίζονται από κάποιο είδος ασάφειας.

Στο κεφάλαιο 3 αναφερθήκαμε εκτενώς στη ασαφή και διαισθητική ασαφή εντροπία. Το βασικό συμπέρασμα που εξάγεται από το κεφάλαιο 3 είναι ότι βασική απαίτηση στο σχεδιασμό συστημάτων που σχετίζονται με τη ασαφή και διαισθητική λογική αποτελεί ο προσδιορισμός και η κατανόηση της εντροπίας του εκάστοτε συστήματος.

Τα συμπεράσματα που εξάγονται από το κεφάλαιο 4 τα οποία σχετίζονται με την ανάδειξη των εφαρμογών της διαισθητικής λογικής στη καθημερινή ζωή είναι αξιοσημείωτα. Καταρχήν, η εφαρμογή της διαισθητικής ασαφούς λογικής στο χώρο της εκπαίδευσης κατάφερε να αναδείξει τα βασικά χαρακτηριστικά της διαισθητικής ασαφούς λογικής τα οποία επεκτείνουν τις εκφραστικές δυνατότητες των ασαφών συστημάτων συμπερασματολογίας FIS. Έτσι, με τη παρουσίαση και ανάλυση της συγκεκριμένης εφαρμογής φανερώνεται η δυνατότητα των διαισθητικών ασαφών συστημάτων να μοντελοποιήσουν εγγενείς αδυναμίες που εμφανίζονται κατά τη διατύπωση της εμπειρικής γνώσης από τον άνθρωπο, όπως αβεβαιότητα και διστακτικότητα. Η δεύτερη εφαρμογή που σχετίζεται με το πεδίο της μηχανικής των υπολογιστών με τον όρο «Διαισθητική Επεξεργασία Εικόνας» θέτει τους βασικούς άξονες για τη διερεύνηση των τεχνικών επεξεργασίας με την αρωγή της διαισθητικής ασαφούς λογικής με μέθοδο συστηματική. Θεμελιώνεται ένα μαθηματικό πλαίσιο που σχετίζεται με την αναπαράσταση των ψηφιακών εικόνων με τη βοήθεια των διαισθητικών ασαφών συνόλων. Για να επιτευχθεί αυτός ο σκοπός προτείνονται για εφαρμογή ευρηστικές και αναλυτικές μέθοδοι για την περιγραφή και ανάλυση εικόνων στις διαισθητικές ασαφείς τους συνιστώσες. Η τρίτη εφαρμογή αφορά το λεγόμενο «προσδιορισμό καριέρας» ή διαφορετικά τη σωστή επιλογή του επαγγέλματος από τους μαθητές. Στη συγκεκριμένη περίπτωση, διαπιστώσαμε πως η διαισθητική ασαφής λογική και ειδικότερα η κανονικοποιημένη Ευκλείδεια απόσταση μεταξύ δύο συνόλων βοηθά στο τομέα της αξιολόγησης της επίδοσης των μαθητών. Με άλλα λόγια, η διαισθητική ασαφής λογική έρχεται να στηρίξει τη δύσκολη απόφαση που πρέπει να πάρουν οι μαθητές προκειμένου να επιλέξουν το πιο κατάλληλο μελλοντικό τους επάγγελμα. Είναι λογικό πως μια τέτοια απόφαση να χαρακτηρίζεται σημαντική για τους μαθητές. Η τέταρτη και τελευταία εφαρμογή αφορά τον τομέα της υγείας και πιο ειδικά το τομέα της ιατρικής διάγνωσης. Σε αυτό το σημείο πρέπει να τονιστεί πως για τη συγκεκριμένη εφαρμογή έγινε χρήση των διαισθητικών συνόλων (IFS). Και σε αυτή τη φάση, οφείλουμε να υπερτονίσουμε τη χρησιμότητα της διαισθητικής ασαφούς λογικής καθώς έχει τη δυνατότητα

να αποτελέσει ένα καινοτόμο εργαλείο στο πεδίο της ιατρικής διάγνωσης. Έτσι με αυτό τον τρόπο ο θεράπωντας ιατρός βοηθιέται στο να αποφασίσει από ποια ασθένεια πάσχει ο κάθε ασθενής του. Βασικά η χρήση των διαισθητικών συνόλων ως μέσο μοντελοποίησης στο τομέα της ιατρικής διάγνωσης βοηθάει τον γιατρό να διαπιστώσει αν πήρε τη σωστή απόφαση για κάθε ασθενή του.

IV. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

- Η χρήση της διαισθητικής ασαφούς λογικής στα πλαίσια της καθημερινής ανθρώπινης σκέψης ή και γενικότερα της καθημερινής μας δραστηριότητας κρίνεται *αναγκαία*.
- Συνιστά *σημαντικότατο* εργαλείο στη μοντελοποίηση και σχεδίαση συστημάτων που σχετίζονται με καταστάσεις της καθημερινότητας οι οποίες χαρακτηρίζονται από κάποιο είδος ασάφειας.
- Εγγενείς αδυναμίες που εμφανίζονται κατά τη διατύπωση της εμπειρικής γνώσης από τον άνθρωπο, όπως αβεβαιότητα και διστακτικότητα *παύουν* να υφίστανται.
- Η διαισθητική ασαφής λογική μελλοντικά θα αποτελέσει *απαραίτητο* εργαλείο στη μελέτη και επίλυση πολλών προβλημάτων της καθημερινότητας.

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Πρώτα απ' όλα θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα της μεταπτυχιακής εργασίας μου, Καθηγητή κ. Βασίλειο Παπαδόπουλο, ο οποίος με υποδειγματικό τρόπο και εξαιρετική ευγένεια μου παρείχε πολύτιμη βοήθεια και καθοδήγηση κατά τη διάρκεια της δουλειάς μου. Του είμαι ευγνώμων για την ευκαιρία που μου έδωσε να ασχοληθώ με ένα θέμα που αποτέλεσε πρόκληση για μένα ώστε να γνωρίσω καλύτερα τον πραγματικό κόσμο και να αναθεωρήσω τυχόν απόψεις του άσπρου-μαύρου.

Επίσης θα ήθελα να ευχαριστήσω τον β' επιβλέποντα Αναπληρωτή Καθηγητή κ. Αρβανιτογεώργο Ανδρέα ο οποίος με αξιοσημείωτη διακριτικότητα μου προσέφερε αποτελεσματικές συμβουλές όταν έκρινε απαραίτητο και με ενθάρρυνε κατά τη συγγραφή της εργασίας.

Θα πρέπει ακόμη να ευχαριστήσω την οικογένειά μου για την ανοχή, την κατανόηση και την ηθική υποστήριξη που επέδειξε ιδιαίτερα κατά τη διάρκεια των τελευταίων μηνών της προσπάθειάς μου. Το ελάχιστο που μπορώ να κάνω είναι να αφιερώσω αυτή τη διπλωματική εργασία στην οικογένειά μου.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΕΣ ΑΝΑΦΟΡΕΣ

- K. T. Atanassov, "Intuitionistic Fuzzy Sets Theory and Applications", Springer- Verlag, Berlin, (1998).
- Atanassov K., "Intuitionistic fuzzy sets, Fuzzy Sets and Systems", vol.20 (1986), No.1, p.87-96.
- Atanassov K., "More on intuitionistic fuzzy sets, Fuzzy Sets and Systems", vol.33 (1989), No.1, p.37-46.
- Atanassov K., "New operations defined over the intuitionistic fuzzy sets, Fuzzy Sets and Systems", vol.61 (1994), No.2, p.137-142
- Danchev S., "A new geometrical interpretation of some concepts in the Intuitionistic Fuzzy Logics, Notes on IFS", Vol. 1(1995), No 2, p.116-118.
- A. G. Hatzimichailidis, B. K. Papadopoulos, "A new implication in the Intuitionistic Fuzzy Sets, Notes on IFS", Vol. 8 (2002), No 4, p.79-104.
- A. G. Hatzimichailidis, B. K. Papadopoulos, "A new geometrical interpretation of some concepts in the intuitionistic fuzzy logic", Notes on IFS", Vol. 11, No.2. (2005).

- A. G. Hatzimichailidis, V. G. Kaburlasos, B. K. Papadopoulos, "An Implication in Fuzzy Sets", 2006 IEEE World Congress on Computational Intelligence- 2006 IEEE International Conference on Fuzzy Systems-Vancouver, BC, Canada
- Gravani M. N. & John P. D. (2005), 'Them and us': Teachers' and tutors' perceptions of a 'new' professional development course in Greece, *Compare*, 35(3), 303-319
- Kosko B., "Neural Networks and Fuzzy Systems", Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ (1992).
- Lotfi A. Zadeh, "Fuzzy sets and systems. In Proc. Symp. on Systems Theory", p. 29-37, New York, (1965), Polytechnique Institute of Brooklyn
- Aldo De Luca and Setimo Termin, "A definition of a non-probabilistic entropy in the setting of fuzzy sets theory. *Information and Control*", 20:301-312, (1972)
- Arnold Kaufmann "Introduction to the Theory of Fuzzy Subsets" Vol. 1: Fundamental Theoretical Elements. Academic Press, New York, (1975)
- Ronald R. Yager "On the measure of fuzziness and negation. part i: Membership in the unit interval. *International Journal of General Systems*", 5:189-200, (1979)
- Bart Kosko "Fuzzy entropy and conditioning. *Information Sciences*", 40(2):165-174, (1986)
- Bart Kosko, "Fuzziness vs. probability. *International Journal of General Systems*", 17(2-3):211-240, (1990)
- Bart Kosko, "Neural Networks and Fuzzy Systems", Prentice-Hall International, Inc., Englewood Cliffs, NJ, (1992)
- Pedro Burillo and Humberto Bustince, "Entropy on intuitionistic fuzzy sets and on interval-valued fuzzy sets. *Fuzzy Sets and Systems*", 78:305-316, (1996)
- Ludwik Fleck, "O niektórych swoistych ceceach mysslekarskiego. *Archiwum Historji i Filozofji Medycyny oraz Historji Nauk Przyrodniczych*", 6:55-64, (1927)
- Eulalia Szmidt and Janusz Kacprzyk, "Entropy and similarity of intuitionistic fuzzy sets", In Proc. 11th Information Processing and Management of Uncertainty in Knowledge-Based Systems International Conference, p. 2375-2382, (2006)
- Wen-Liang Hung and Miin-Shen Yang, "Fuzzy entropy on intuitionistic fuzzy sets", *International Journal of Intelligent Systems*, 21:443-451, (2006)
- Chris Cornelis and Etienne E. Kerre, "Inclusion measures fuzzy set theory", In T. D. Nielsen and N. L. Zhang, editors, Proc. Seventh European Conference on Symbolic and Quantitative Approaches to Reasoning with Uncertainty 2003, volume 2711 of Lecture Notes in Artificial Intelligence, pages 345-356, Berlin, Heidelberg, (2003), Springer-Verlag
- Eulalia Szmidt and Janusz Kacprzyk, "Entropy of intuitionistic fuzzy sets. *Fuzzy Sets and Systems*", 118:467-477, (2001)
- Wen-Liang Hung, "A note on entropy of intuitionistic fuzzy Sets", *International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems*, 11(5):627-633, (2003)
- Guo-shun Huang, "A new fuzzy entropy for intuitionistic fuzzy Sets", In Proc. Fourth International Conference on Fuzzy Systems and Knowledge Discovery 2007, volume 1, p. 24-27, Haikou, Hainan, China, (2007)
- Ioannis K. Vlachos and George D. Sergiadis, "Inner product based entropy in the intuitionistic fuzzy setting", *International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems*, 14(3):351-366, 2006. doi: 10.1142/S0218488506004059
- Nicholas J. Daras & Michael Th. Rassias, "Computation Cryptography and Network Security", Chapter 3: Producing Fuzzy Inclusion and Entropy Measures Athanasios C. Bogiatzis and Basil K. Papadopoulos, p. 70, Springer International Publishing Switzerland, (2015)
- Nicholas J. Daras & Michael Th. Rassias, "Computation Cryptography and Network Security", Chapter 3: Producing Fuzzy Inclusion and Entropy Measures Athanasios C. Bogiatzis and Basil K. Papadopoulos, p. 71, Springer International Publishing Switzerland, (2015)
- Nicholas J. Daras & Michael Th. Rassias, "Computation Cryptography and Network Security", Chapter 3: Producing Fuzzy Inclusion and Entropy Measures Athanasios C. Bogiatzis and Basil K. Papadopoulos, p. 72, Springer International Publishing Switzerland, (2015)
- Nicholas J. Daras & Michael Th. Rassias, "Computation Cryptography and Network Security", Chapter 3: Producing Fuzzy Inclusion and Entropy Measures Athanasios C. Bogiatzis and Basil K. Papadopoulos, p. 72-73, Springer International Publishing Switzerland, (2015)
- Tsoukalas H.L. & Uhrig R.E. (1996), "Fuzzy and neural approaches in engineering", New York: John Wiley & Sons
- Hadjileontiadou S.J., Nikolaidou G.N., Hadjileontiadis, L.J. & Balafoutas G.N. (2004), "On enhancing on-line collaboration using fuzzy logic modeling, *Educational Technology & Society*", 7(2), 68-81
- Atanassov K., *Intuitionistic fuzzy sets: Theory and Applications*, Germany, Heidelberg: Springer-Verlag (1999)
- Evans L. (2002), "What is teacher development?", *Oxford Review of Education*, 28(1), 123-137
- Tsoukalas H.L. & Uhrig R.E. (1996), "Fuzzy and neural approaches in engineering", New York: John Wiley & Sons
- Tsoukalas H.L. & Uhrig R.E. (1996), "Fuzzy and neural approaches in engineering", New York: John Wiley & Sons
- Szmidt E. & Kacprzyk J. (2002), "Analysis of agreement in a group of experts via distances between intuitionistic preferences", *Proceedings of IPMU2002, 1859-1865*, Universite Savoie, France
- Castillo O. & Melin P. (2003), "A new method for fuzzy inference in intuitionistic fuzzy systems", *Fuzzy Information Processing Society, NAFIPS 2003, 22nd International Conference of the North American*, 20-25
- [39] Gravani M. N. & John P. D. (2005), 'Them and us': Teachers' and tutors' perceptions of a 'new' professional development course in Greece, *Compare*, 35(3), 303-319
- Gravani, M.N. (2003), *From courses to processes: Teachers' and tutors' experiences and perceptions of an in-service training course in Greece*, PhD thesis, University of Bristol, UK
- E. Sanchez, "Solutions in composite fuzzy relation equation. Application to Medical diagnosis in Brouwerian Logic", in: M.M. Gupta, G.N. Saridis, B.R. Gaines (Eds.), *Fuzzy Automata and Decision Process*, Elsevier, North-Holland, (1977).
- E. Sanchez, "Resolution of composition fuzzy relation equations", *Inform Control*, 30 (1976), 38 - 48.