

Διεπιστημονικότητα στη διδασκαλία των Μαθηματικών: καινοτόμες διδακτικές προσεγγίσεις

Αναστασία Τσαμπαλάτη
Βακαλοπούλου

1

Μεταπτυχιακό Πρόγραμμα στα
Μαθηματικά
Ελληνικό Ανοικτό Πανεπιστήμιο

Επιβλέπουσα: Αρετή Παναούρα

anast.tv@gmail.com

Περίληψη: Η παρούσα διπλωματική εργασία διερευνά τη συμβολή της διεπιστημονικότητας στη διδασκαλία των μαθηματικών, δίνοντας ιδιαίτερη έμφαση στις προσεγγίσεις STEM και STEAM, ως μέσα ενίσχυσης της μαθησιακής διαδικασίας. Σκοπός της εργασίας είναι η ανάδειξη του ρόλου των μαθηματικών ως συνδετικού κρίκου μεταξύ των διαφορετικών γνωστικών αντικειμένων και η διερεύνηση των δυνατοτήτων που προσφέρουν οι διεπιστημονικές προσεγγίσεις για τη νοηματοδότηση της μαθηματικής γνώσης σε επίπεδο διδασκαλίας. Η μελέτη βασίζεται σε βιβλιογραφική ανασκόπηση της διεθνούς βιβλιογραφίας σχετικά με τη διεπιστημονικότητα, τη μαθηματική εκπαίδευση, τη μαθηματική μοντελοποίηση και τις προσεγγίσεις STEM και STEAM. Αρχικά, παρουσιάζεται το εννοιολογικό και ιστορικό πλαίσιο της διεπιστημονικότητας και εξετάζεται η εξέλιξή της στη σύγχρονη εκπαιδευτική πραγματικότητα. Στη συνέχεια αναλύεται ο ρόλος των μαθηματικών σε διεπιστημονικά μαθησιακά περιβάλλοντα, με ιδιαίτερη έμφαση στα αυθεντικά προβλήματα και στη μαθηματική μοντελοποίηση ως εργαλεία της σύνδεσης της σχολικής γνώσης με τον πραγματικό κόσμο [1]-[3]. Παράλληλα, παρουσιάζονται οι παιδαγωγικές αρχές που υποστηρίζουν τις διεπιστημονικές και STEM και STEAM προσεγγίσεις, όπως ο οικοδομισμός, η διερευνητική μάθηση και η συνεργατική μάθηση [4], [5]. Επιπλέον, εξετάζονται ενδεικτικές διασυνδέσεις των μαθηματικών με τη μουσική, τη λογοτεχνία και την ιστορία, ενώ προτείνονται αντίστοιχες διδακτικές δραστηριότητες που αξιοποιούν αυθεντικά και δημιουργικά μαθησιακά πλαίσια [6]-[9]. Τα συμπεράσματα της εργασίας αναδεικνύουν ότι οι διεπιστημονικές προσεγγίσεις και η εκπαίδευση STEM και STEAM μπορούν να συμβάλουν ουσιαστικά στην ανάπτυξη της μαθηματικής κατανόησης, της κριτικής σκέψης, της δημιουργικότητας και της ικανότητας επίλυσης προβλημάτων, ενισχύοντας παράλληλα τη σύνδεση των μαθηματικών με αυθεντικές καταστάσεις και εμπειρίες των μαθητών και των μαθητριών [2], [3].

Λέξεις-κλειδιά: διεπιστημονικότητα, μαθηματική εκπαίδευση, μαθηματική μοντελοποίηση, STEM, STEAM, αυθεντικά προβλήματα, διδακτικές προσεγγίσεις.

I. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η αυξανόμενη πολυπλοκότητα των σύγχρονων κοινωνικών και τεχνολογικών ζητημάτων δημιουργεί την ανάγκη για καινοτόμες εκπαιδευτικές προσεγγίσεις, που υπερβαίνουν τα παραδοσιακά όρια των επιμέρους γνωστικών αντικειμένων. Η αντιμετώπιση αυθεντικών και σύνθετων προβλημάτων

απαιτεί το συνδυασμό γνώσεων, δεξιοτήτων και τρόπων σκέψης, οι οποίοι προέρχονται από διαφορετικά επιστημονικά πεδία [1], [10]. Με δεδομένο το πλαίσιο αυτό, η διεπιστημονικότητα αναδεικνύεται ως σημαντική κατεύθυνση της σύγχρονης εκπαιδευτικής διαδικασίας [1]. Η ανάγκη αυτή αποκτά ιδιαίτερη σημασία στη διδασκαλία των μαθηματικών, καθώς η μαθηματική γνώση συχνά παρουσιάζεται αποσυνδεδεμένη από τις εφαρμογές και τα προβλήματα του πραγματικού κόσμου [11]. Η αξιοποίηση αυθεντικών προβλημάτων, της μαθηματικής μοντελοποίησης και των διδακτικών προσεγγίσεων STEM και STEAM, μπορεί να δημιουργήσει μαθησιακά περιβάλλοντα τέτοια ώστε μέσα σε αυτά οι μαθηματικές έννοιες να λειτουργούν ως εργαλείο ανάλυσης, αναπαράστασης και ερμηνείας πραγματικών φαινομένων [2], [3], [12]. Σκοπός της εργασίας είναι η διερεύνηση της διεπιστημονικότητας στη διδασκαλία των μαθηματικών, με έμφαση στις προσεγγίσεις STEM και STEAM, στη μαθηματική μοντελοποίηση και στη σύνδεση των μαθηματικών με άλλα γνωστικά πεδία σε διαφοροποιημένα σε κάποιες περιπτώσεις πολιτισμικά συγκείμενα. Επιπρόσθετα, παρουσιάζονται ενδεικτικές διδακτικές εισηγήσεις, που συνδέουν τα μαθηματικά με τη μουσική, τη λογοτεχνία και την ιστορία.

II. ΔΙΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΟΤΗΤΑ ΚΑΙ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΕΙΣ STEM ΚΑΙ STEAM

Η σύγχρονη εκπαιδευτική πραγματικότητα χαρακτηρίζεται από την ανάγκη υπέρβασης της απομονωμένης διδασκαλίας των επιμέρους γνωστικών αντικειμένων και τη δημιουργία μαθησιακού περιβάλλοντος, όπου τα διαφορετικά πεδία συνδέονται [1], [10]. Η διεπιστημονικότητα αναφέρεται ακριβώς σε αυτή τη σύνδεση της γνώσης, των εννοιών και των μεθοδολογιών από διαφορετικά γνωστικά αντικείμενα, με στόχο την προσέγγιση σύνθετων ζητημάτων και την οικοδόμηση ενοποιημένης γνώσης [1]. Η διεπιστημονική προσέγγιση διαφοροποιείται από συγγενείς όρους, όπως η πολυεπιστημονικότητα, στην οποία διαφορετικά γνωστικά αντικείμενα μπορούν να συνυπάρχουν χωρίς ωστόσο να ενσωματώνονται σε ένα κοινό μαθησιακό πλαίσιο. Αντίθετα, η διεπιστημονικότητα επιδιώκει την ουσιαστικότερη αλληλεπίδραση μεταξύ των επιμέρους γνωστικών πεδίων, έτσι ώστε η γνώση να αξιοποιείται

συνδυαστικά για την κατανόηση και την αντιμετώπιση ενός προβλήματος [1].

Η σταδιακή ενσωμάτωση της διεπιστημονικότητας στην εκπαίδευση συνέβαλε στην ανάπτυξη νέων παιδαγωγικών προσεγγίσεων, μεταξύ των οποίων ιδιαίτερη θέση κατέχει η εκπαίδευση STEM. Ο όρος αυτός που προκύπτει από τα αρχικά των Science, Technology, Engineering, Mathematics, εκφράζει μια προσέγγιση κατά την οποία οι επιμέρους επιστημονικές περιοχές συνδέονται στο πλαίσιο της διερεύνησης και επίλυσης σύνθετων προβλημάτων [2], [10]. Στο πλαίσιο αυτής της εκπαίδευσης, τα μαθηματικά δεν αντιμετωπίζονται ως ένα απομονωμένο γνωστικό αντικείμενο, αλλά γίνονται βασικό εργαλείο για την αναπαράσταση και την επίλυση προβλημάτων [3], [12]. Μέσα στην εκπαιδευτική διαδικασία, οι μαθητές και οι μαθήτριες καλούνται να συνδυάσουν γνώσεις που προέρχονται από διαφορετικά γνωστικά πεδία, να συνεργαστούν και να οικοδομήσουν ενεργά τη γνώση [2], [10]. Μία περαιτέρω εξέλιξη της προσέγγισης STEM αποτελεί η STEAM εκπαίδευση, στην οποία προστίθεται η διάσταση των Τεχνών. Η προσθήκη αυτή διευρύνει το διεπιστημονικό πλαίσιο, ενσωματώνοντας τη δημιουργικότητα και την καλλιτεχνική έκφραση στη μαθησιακή διαδικασία [13], [14]. Επιδίωξη της προσέγγισης αυτής είναι μία ολιστική αντίληψη της γνώσης, όπου οι επιστήμες και οι τέχνες αλληλεπιδρούν δυναμικά με τα μαθηματικά [13], [14]. Συνεπώς, οι προσεγγίσεις STEM και STEAM δημιουργούν ένα κατάλληλο θεωρητικό πλαίσιο για τη διεπιστημονική διδασκαλία των μαθηματικών [2], [13]. Ιδιαίτερα, η σύνδεση των μαθηματικών με πραγματικές καταστάσεις και με διαφορετικά γνωστικά πεδία, μπορεί να συμβάλλει στη δημιουργία μαθησιακών εμπειριών, όπου τα μαθηματικά αποτελούν ένα εργαλείο κατανόησης και ερμηνείας του κόσμου [3], [12].

A. Ο ρόλος των μαθηματικών σε διεπιστημονικά μαθησιακά περιβάλλοντα

Τα μαθηματικά κατέχουν ιδιαίτερη θέση στις διεπιστημονικές προσεγγίσεις, καθώς παρέχουν ένα σύνολο εννοιών, αναπαραστάσεων και εργαλείων που μπορούν να αξιοποιηθούν για την περιγραφή και την ανάλυση φαινομένων και προβλημάτων από διαφορετικά επιστημονικά πεδία [3], [12]. Στο πλαίσιο αυτό, η μαθηματική γνώση δεν περιορίζεται στην εκτέλεση υπολογισμών, αλλά λειτουργεί ως μέσο αναπαράστασης, διερεύνησης και ερμηνείας πραγματικών καταστάσεων [3]. Η προσέγγιση αυτή συνδέεται άμεσα με τη φιλοσοφία της STEM εκπαίδευσης, καθώς τα μαθηματικά μπορούν να λειτουργήσουν ως συνδετικός κρίκος μεταξύ των φυσικών επιστημών, της τεχνολογίας και της μηχανικής [3], [12]. Μέσα από διεπιστημονικές δραστηριότητες, οι μαθητές και οι μαθήτριες έχουν τη δυνατότητα να αξιοποιήσουν μαθηματικές έννοιες σε διαφορετικά πλαίσια και να αντιληφθούν τη λειτουργικότητα της μαθηματικής γνώσης μακριά από το σχολικό βιβλίο [3].

B. Αυθεντικά και λεκτικά προβλήματα στα μαθηματικά

Η σύνδεση των μαθηματικών με πραγματικές καταστάσεις μπορεί να επιτευχθεί μέσω της αξιοποίησης αυθεντικών προβλημάτων. Τα προβλήματα αυτά διαφοροποιούνται από τα σχολικά προβλήματα, καθώς δεν περιορίζονται στην εφαρμογή μιας προκαθορισμένης μαθηματικής διαδικασίας, αλλά απαιτούν από τα παιδιά να διερευνήσουν την κατάσταση που περιγράφει το πρόβλημα, να συνεργαστούν επιλέγοντας κατάλληλες μαθηματικές αναπαραστάσεις και να αξιολογήσουν τη λύση που θα βρεθεί σε σχέση με το αρχικό πρόβλημα [15].

Η αξιοποίηση αυθεντικών προβλημάτων δημιουργεί συνθήκες στις οποίες η μαθηματική γνώση αποκτά νόημα μέσα σε ένα ευρύτερο πλαίσιο. Οι μαθητές καλούνται να μεταφέρουν και να εφαρμόσουν γνώσεις σε νέες καταστάσεις, ενώ παράλληλα αναπτύσσουν δεξιότητες διερεύνησης, κριτικής σκέψης και επίλυσης προβλημάτων [16].

C. Μαθηματική μοντελοποίηση και αυθεντικά προβλήματα

Η μαθηματική μοντελοποίηση αποτελεί χαρακτηριστικό παράδειγμα διεπιστημονικής προσέγγισης στη διδασκαλία των μαθηματικών [17]. Μέσω αυτής, μία κατάσταση του πραγματικού κόσμου μετασχηματίζεται σε μαθηματικό πρόβλημα, το οποίο μπορεί να αναπαρασταθεί και να μελετηθεί με τη χρήση μαθηματικών εννοιών και εργαλείων. Με την εύρεση της λύσης, τα μαθηματικά αποτελέσματα ερμηνεύονται σε σχέση με την αρχική πραγματική κατάσταση [17]. Η διαδικασία αυτή όχι μόνο δεν αποτελεί απλώς μια εφαρμογή των μαθηματικών γνώσεων, αλλά ακόμα προϋποθέτει την κατανόηση σε βάθος του πραγματικού προβλήματος, την επιλογή σχετικών δεδομένων, τη διερεύνηση για την επεξεργασία του μοντέλου και, εν τέλει, την αξιολόγηση της λύσης [17]. Με τον τρόπο αυτό, οι μαθητές και οι μαθήτριες συμμετέχουν σε μία διαδικασία εύρεσης και οικοδόμησης της λύσης, συνδέοντας τις μαθηματικές έννοιες με την πραγματικότητα και δίνοντας ουσία και νόημα στη γνώση. Επίσης, τα μαθηματικά λειτουργούν ως ένα εργαλείο κατανόησης ενός ευρύτερου φαινομένου [3], [17]. Η μαθηματική μοντελοποίηση ενσωματώνει τη διεπιστημονικότητα, καθώς απαιτεί τη σύνθεση των μαθηματικών γνώσεων με στοιχεία από το περιβάλλον στο οποίο εντάσσεται το υπό μελέτη πρόβλημα [3], [17]. Η προσέγγιση αυτή διαφοροποιείται από την παραδοσιακή επίλυση τυποποιημένων ασκήσεων, καθώς δεν είναι προκαθορισμένος ο τρόπος της διαδικασίας επίλυσης ούτε η μορφή που θα έχει η τελική λύση [17].

III. ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΕΣ ΘΕΜΕΛΙΩΣΕΙΣ ΤΗΣ ΔΙΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΗΣ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗΣ

Η αξιοποίηση διεπιστημονικών και STEM και STEAM προσεγγίσεων στη διδασκαλία των μαθηματικών συνδέεται με παιδαγωγικές αρχές που αντιμετωπίζουν τον διδασκόμενο ως ενεργό συμμετέχοντα στη μαθησιακή διαδικασία. Σε αντίθεση με τα μοντέλα μάθησης που βασίζονται στη μετάδοση της έτοιμης γνώσης, οι προσεγγίσεις αυτές δίνουν έμφαση στην οικοδόμηση της

γνώσης μέσα από την εμπειρία, τη διερεύνηση, τη συνεργασία και την αντιμετώπιση προβλημάτων [10], [18].

A. Ενεργητική μάθηση και οικοδομισμός

Στο πλαίσιο του οικοδομισμού, η μαθησιακή διαδικασία αντιμετωπίζεται ως ενεργή οικοδόμηση νοήματος. Οι μαθητές δεν περιορίζονται στην παρακολούθηση μιας μαθηματικής διαδικασίας, αλλά εμπλέκονται σε δραστηριότητες μέσα από τις οποίες συνδέουν την ήδη κεκτημένη γνώση με νέες εμπειρίες και καταστάσεις [18]. Η προσέγγιση αυτή είναι ιδιαίτερα συμβατή με τις διεπιστημονικές δραστηριότητες, καθώς οι μαθητές και οι μαθήτριες καλούνται να αξιοποιήσουν ήδη υπάρχουσες γνώσεις και να τις μεταφέρουν σε διαφορετικά πλαίσια [18].

B. Διερευνητική και συνεργατική μάθηση

Η διερευνητική μάθηση αποτελεί βασικό στοιχείο των προσεγγίσεων STEM και STEAM. Η μαθησιακή διαδικασία οργανώνεται γύρω από ερωτήματα και προβλήματα, με τα παιδιά να αναζητούν πληροφορίες, να εξετάζουν δεδομένα, να διερευνούν εναλλακτικές λύσεις και να καταλήγουν σε συμπεράσματα έπειτα από κατάλληλη τεκμηρίωση [2], [10]. Με τον τρόπο αυτό, η κριτική σκέψη ενισχύεται, όπως και μαζί με αυτή προωθείται η ικανότητα επίλυσης προβλημάτων [2].

Η συνεργασία αποτελεί ιδιαίτερα σημαντική διάσταση των STEM και STEAM δραστηριοτήτων. Τα παιδιά μπορούν να εργάζονται σε ομάδες, να ανταλλάσσουν ιδέες και επιχειρήματα, προκειμένου να διαμορφωθεί η λύση [10], [2]. Στη διδασκαλία των μαθηματικών, η συζήτηση και η ανταλλαγή διαφορετικών τρόπων σκέψης μπορούν να υποστηρίξουν την ουσιαστικότερη κατανόηση των μαθηματικών εννοιών [2].

C. Μεταφορά γνώσης

Ένα πολύ σημαντικό στοιχείο είναι αυτό της μεταφοράς γνώσης από το ένα πλαίσιο στο άλλο. Η μαθηματική έννοια αποκτά μεγαλύτερο νόημα όταν το παιδί μπορεί να την αναγνωρίσει και να την αξιοποιήσει σε διαφορετικές καταστάσεις [18]. Η διεπιστημονική διδασκαλία δημιουργεί ακριβώς τέτοιες ευκαιρίες, καθώς το ίδιο το μαθηματικό περιεχόμενο μπορεί να εξετάζεται μέσα από διαφορετικά γνωστικά και πολιτισμικά πλαίσια [10], [18].

IV. ΔΙΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΕΣ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΕΙΣ ΣΤΗ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

A. Μαθηματικά και μουσική

Η μουσική αποτελεί ένα πρόσφορο πεδίο σύνδεσης με τα μαθηματικά, καθώς έννοιες όπως αυτές του ρυθμού, των κλασματικών μεγεθών και των αναλογιών μπορούν να

προσεγγιστούν μέσα από μουσικές δραστηριότητες [19]-[21]. Η σύνδεση αυτή μπορεί να καταστήσει τις αφηρημένες μαθηματικές έννοιες περισσότερο απτές και βιωματικές, καθώς οι μαθητές έχουν τη δυνατότητα να τις αναγνωρίσουν σε ένα οικείο και δημιουργικό πλαίσιο [19], [20].

Η διδακτική εισήγηση που προτείνεται αφορά στην αξιοποίηση των κλασμάτων μέσω του ρυθμού και των μουσικών αξιών. Με αυτόν τον τρόπο η μαθηματική έννοια των κλασμάτων συνδέεται με την πραγματική αναπαράσταση και εκτέλεση μουσικών μοτίβων [19], [20]. Η προσέγγιση αυτή εντάσσεται στο πλαίσιο της STEAM εκπαίδευσης, καθώς συνδυάζει τη μαθηματική σκέψη με τη μουσική και τη δημιουργικότητα που απορρέει από αυτήν [13], [14].

B. Μαθηματικά και λογοτεχνία

Η λογοτεχνία είναι ένα ακόμα πολύ ενδιαφέρον πλαίσιο, ικανό να δώσει βάση για τη διδασκαλία μαθηματικών εννοιών [22]. Ένα από τα παραδείγματα που αξίζει αναφοράς είναι η αξιοποίηση του λογοτεχνικού έργου Flatland, μέσω του οποίου μπορούν να προσεγγιστούν έννοιες όπως οι διαστάσεις και διάφορες γεωμετρικές αναπαραστάσεις [23].

Η λογοτεχνική αφήγηση δημιουργεί ένα διαφορετικό πλαίσιο προσέγγισης των μαθηματικών, καθώς οι μαθητές δεν καλούνται απλώς να μελετήσουν τα γεωμετρικά σχήματα μετά των ιδιοτήτων τους, αλλά να τα εντάξουν σε ένα νοηματικό και αφηγηματικό περιβάλλον [22], [23]. Έτσι, η μαθηματική γνώση μπορεί να συνδεθεί με τη φαντασία, την ερμηνεία και τη δημιουργική σκέψη [22].

C. Μαθηματικά και Ιστορία

Η σύνδεση των μαθηματικών με την Ιστορία και τον πολιτισμό επιτρέπει στους μαθητές και τις μαθήτριες να αντιληφθούν ότι οι μαθηματικές έννοιες αναπτύχθηκαν και χρησιμοποιήθηκαν μέσα σε συγκεκριμένα ιστορικά και κοινωνικά πλαίσια [24]. Επίσης, η ανάπτυξή τους ήταν ένα επακόλουθο διάφορων συγκυριών στην εκάστοτε περίπτωση, καταδεικνύοντας έτσι την ανάγκη της δημιουργίας, της γέννησης και της ανάπτυξης μιας μαθηματικής έννοιας, πριν από την ίδια τη χρήση της. Η ιστορική διάσταση, επομένως, μπορεί να λειτουργήσει ως αφετηρία για τη διερεύνηση μαθηματικών ιδεών και για την ενίσχυση της σύνδεσης της μαθηματικής γνώσης με τον πολιτισμό [24].

Η προτεινόμενη διδακτική εισήγηση αξιοποιεί τα αιγυπτιακά κλάσματα, όπως αυτά συναντώνται στο Μάτι του Ωρου. Μέσω αυτής της διαδικασίας, τα κλάσματα και οι πράξεις μεταξύ αυτών μπορούν να ενταχθούν σε ένα πλαίσιο ιστορικό και πολιτισμικό [24], [25]. Οι μαθητές και οι μαθήτριες έχουν τη δυνατότητα να εξετάσουν διαφορετικούς τρόπους αναπαράστασης και χρήσης των κλασμάτων, συνδέοντας τη μαθηματική γνώση με την ιστορική της εξέλιξη [26]. Η προσέγγιση αυτή συνδέεται με τη STEAM φιλοσοφία, αφού συνδυάζει μαθηματικά,

ιστορία και πολιτισμικά στοιχεία σε ένα ενιαίο μαθησιακό πλαίσιο [13], [24].

V. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΠΡΟΟΠΤΙΚΕΣ

Η βιβλιογραφική ανασκόπηση που πραγματοποιήθηκε για τη μεταπτυχιακή διατριβή ανέδειξε τη σημασία της διεπιστημονικότητας και των προσεγγίσεων STEM/STEAM στη σύγχρονη μαθηματική εκπαίδευση [1]-[3], [10]. Η σύνδεση των μαθηματικών με διαφορετικά γνωστικά πεδία και αυθεντικές καταστάσεις μπορεί να δημιουργήσει μαθησιακά περιβάλλοντα στα οποία οι μαθητές και οι μαθήτριες δεν περιορίζονται στην εφαρμογή τυποποιημένων διαδικασιών. Αντίθετα, χαρακτηρίζονται από συνεργασία, διερεύνηση, μοντελοποίηση και επίλυση προβλημάτων [3], [10], [17].

Ιδιαίτερα η μαθηματική μοντελοποίηση και τα αυθεντικά προβλήματα μπορούν να αποτελέσουν γέφυρα μεταξύ της σχολικής μαθηματικής γνώσης και του πραγματικού κόσμου [15]-[17]. Παράλληλα, οι συνδέσεις με τη μουσική, τη λογοτεχνία και την ιστορία αναδεικνύουν, αλλά και επιβεβαιώνουν ότι οι μαθηματικές έννοιες προσεγγίζονται μέσα από διαφορετικά πλαίσια και αναπαραστάσεις [20], [22], [25].

Οι προτεινόμενες δραστηριότητες είναι ενδεικτικές για τον τρόπο με τον οποίο οι παραπάνω αρχές μπορούν να μετατραπούν σε συγκεκριμένες διδακτικές πρακτικές. Μέσα από τους τρεις άξονες της μουσικής, της λογοτεχνίας και της ιστορίας, προτείνεται η προσέγγιση μαθηματικών εννοιών με πιο βιωματικό τρόπο, ενώ παράλληλα καλλιεργείται η κριτική τους ικανότητα και η δημιουργικότητα στον τρόπο σκέψης [20], [23], [24].

[1] Aboelela, S. W., Larson, E., Bakken, S., Carrasquillo, O., Formicola, A., Glied, S. A., Haas, J., & Gebbie, K. M. (2007). Defining interdisciplinary research: Conclusions from a critical review of the literature. *Health Services Research*, 42(1 Pt 1), 329-346. <https://doi.org/10.1111/j.1475-6773.2006.00621.x>

[2] English, L. D. (2016). STEM education K-12: Perspectives on integration. *International Journal of STEM Education*, 3(3), 1-8. <https://doi.org/10.1186/s40594-016-0036-1>

[3] Maass, K., Geiger, V., Romero Ariza, M., & Goos, M. (2019). The role of mathematics in mathematics in interdisciplinary STEM education. *ZDM- Mathematics Education*, 51(6), 869-884. <https://doi.org/10.1007/s11858-019-01100-5>

[4] Bransford, J.D., Brown A.L., & Cocking, R.R. (Eds.). (2000). How people learn: Brain, mind, experience and school: Expanded edition. Washington, DC: National Academy Press

[5] National Research Council. (2012). *A framework for K-12 science education: Practices, crosscutting concepts and core ideas*. The National Academies Press. <https://doi.org/10.17226/13165>

[6] Drake, S. M., & Burns, R. C. (2004). *Meeting standards through integrated curriculum*. Association for Supervision and Curriculum Development (ASCD).

[7] An, S., Tillman, D., Boren, R., & Wang, J. (2014). Fostering elementary students' mathematics disposition through music-mathematics integrated lessons. *Journal of Mathematics Education at Teachers College*, 5(2), 1-19.

[8] Sriraman, B., & Beckman, A. (2007). Mathematics and literature: Perspectives for interdisciplinary classroom pedagogy. *Proceeding of the Fifth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 5)*. European Society for Research in Mathematics Education.

[9] Ritter, J. (2003). *Closing the Eye of the Horus: The rise and fall of "Horus-eye fractions"*. In J.M. Steele & A. Imhausen (Eds.), *Under One Sky: Astronomy and Mathematics in the Ancient Near East* (pp.297-320). Ugarit-Verlag.

[10] Nugraha, M. G., Kidman, G., & Tan, H. (2024). *Interdisciplinary STEM education foundational concepts: Implementation for knowledge creation*. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 20(10), em2523. <https://doi.org/10.29333/ejmste/15471>

[11] Gutiérrez, R., Myers, M., & Kokka, K. (2023). The stories we tell: Why unpacking narratives of mathematics is important for teacher conocimiento. *Journal of Mathematical Behavior*, 70, 101025. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2022.101025>

[12] Kristensen, M. A., Larsen, D. M., Seidelin, L., & Svabo, C. (2024). The role of mathematics in STEM activities: Syntheses and a framework from a literature review. *International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology*, 12(2), 418-431. <https://doi.org/10.46328/ijemst.3357>

[13] Henriksen, D. (2014). Full STEAM ahead: Creativity in excellent STEM teaching practices. *The STEAM Journal*, 1(2), Article 15. <https://doi.org/10.5642/steam.20140102.15>

[14] Land, M. H. (2013). Full STEAM ahead: The benefits of integrating the arts into STEM. *Procedia Computer Science*, 20, 547-552. <https://doi.org/10.1016/j.procs.2013.09.317>

- [15] Palm, T. (2008). Impact of authenticity on sense making in word problem solving. *Educational Studies in Mathematics*, 67(1), 37-58. <https://doi.org/10.1007/s10649-007-9083-3>
- [16] Vos, P. (2018). "How real people really need mathematics in the real world": Authenticity in mathematics education. *Education Sciences*, 8(4), 195. <https://doi.org/10.3390/educsci8040195>
- [17] Blum, W., & Borromeo Ferri, R. (2009). *Mathematical modeling: Can it be taught and learnt?* *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(1), 45-58.
- [18] Drake, S. M., & Reid, J. L. (2018). Integrated curriculum as an effective way to teach 21st century capabilities. *Asia Pacific Journal of Educational Research*, 1(1), 31-50.
- [19] Hudáková, J., & Králová, E. (2016). Creative interdisciplinary math lessons by means of music activities. *Review of Artistic Education*, 11-12, 290-296. <https://doi.org/10.1515/rae-2016-0035>
- [20] Azaryahu, L., Courey, S.J., Elkoshi, R., & Adi-Japha, E. (2020). MusiMath and Academic Music: Two music-based intervention programs for fraction learning in fourth-grade students. *Development Science* 23(1), e12882. <https://doi.org/10.1111.desc.12882>
- [21] Benson, D. J. (2007). *Music: A mathematical offering*. Cambridge University Press.
- [22] Vlasenko, K. V., Lovianova I. V., Achkan, V. V., Armash, T.S., & Chumak, O. O. (2023). *Interdisciplinary connections of mathematics and literature in the preparation for external independent assessment of humanities students*. *Journal of Physics: Conference Series*, 2611(1), 012002. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/2611/1/012002>
- [23] Abbott, E. A. (1992). *Flatland: A romance of many dimensions*. Dover Publications.
- [24] Klein, J. T., & Philipp, T. (2023). Interdisciplinarity. In M. A. Peters (Ed.), *Encyclopedia of educational innovation*. Springer.
- [25] Clemente, F., & Fortuny, J. M. (2021). Egyptian fractions and representation registers in the construction of the fraction concept. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 17 (7), em1984. <https://doi.org/10.29333/ejmste/10992>